

Elektrodynamik

Dietmar Petrascheck · Franz Schwabl

Elektrodynamik

3. Auflage

 Springer Spektrum

Dietmar Petrascheck
Johannes Kepler Universität Linz
Linz, Österreich

Franz Schwabl
Technische Universität München
Garching, Deutschland

Ergänzendes Material zu diesem Buch finden Sie auf
<https://www.springer.com/978-3-662-59786-6>.

ISBN 978-3-662-59786-6 ISBN 978-3-662-59787-3 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-59787-3>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2015, 2016, 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Margit Maly

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort zur 3. Auflage

Meist wird in der Elektrodynamik gleich am Anfang ein Maßsystem gewählt, ohne dessen Wirkung auf die Struktur der Grundgleichungen auszuloten. Die Umrechnung auf ein andere System ist mühsam. Im Vakuum kann man jedoch mit zwei frei wählbaren Parametern die Formeln in allen nur möglichen Systemen darstellen. In diesem Sinne wurde in der vorliegenden dritten Auflage auf eine Fixierung dieser Parameter verzichtet, so dass die Formeln für alle Systeme gleichermaßen gelten.

Als Parameter bieten sich die Vorfaktoren der Coulomb- und der Lorentz-Kraft an (k_C , k_L) an. Die Maxwell-Gleichungen können in diesen Parametern angegeben werden. Vollständig bestimmt sind sie aber erst, wenn man die Lichtgeschwindigkeit c für elektromagnetische Wellen einbezieht.

In Folge mussten vor allem das erste Kapitel und der Anhang C (Maßeinheiten in der Elektrodynamik) geändert werden, Letzterer auch im Hinblick auf die Neuerungen im SI-System. Nur die spezielle Relativitätstheorie wurde im Gauß-System belassen. Ein paar Literaturzitate wurden hinzugefügt, insbesondere hinsichtlich der historischen Entwicklung. So zeigt sich auch in der Elektrodynamik, dass der Forscher nach dem ein Gesetz benannt wurde, nicht immer dessen Entdecker war (Gesetz der Eponyme). Das kann bewusst geschehen wie bei der Lorentz-Transformation, für die Poincaré den Namen vorschlug, oder aus mangelnder Wahrnehmung wie beim Coulomb-Gesetz, das Priestley 18 Jahre vor Coulomb fand.

Die Gliederung des Buches betreffend, wurde von der Relativitätstheorie die kovariante Formulierung der Elektrodynamik (Abschnitt 12.5) abgetrennt und als eigenes Kapitel weitergeführt, was der Übersichtlichkeit zugute kommt. Neu hinzugekommen sind die Takagi-Taupin-Gleichungen der dynamischen Theorie (Kap. 11) und die Unipolarinduktion (Kap. 13), die in neueren Lehrbüchern nur selten zu finden ist. Ausführlicher wird auf den Helmholtz'schen Zerlegungssatz (Kap. 7 und Anhang A) und seine Anwendung auf die Maxwell-Gleichungen (Kap. 8) eingegangen. Im Übrigen sind einige unklare Formulierungen geändert und Fehler beseitigt worden. Mein Dank gilt vor allem Herrn Prof. R. Folk für die vielen Diskussionen und Hinweise.

Die Lösungen der Übungsaufgaben finden Sie unter:

<https://www.springer.com/978-3-662-59786-6>

Linz, im Juni 2019

Dietmar Petrascheck

Vorwort zur 2. Auflage

Bei diesem Buch handelt es sich im Wesentlichen um eine korrigierte 1. Auflage. Hierbei wurde auch die Strukturierung durch kleine Änderungen in der Einteilung der Abschnitte verbessert. Neu bearbeitet wurde der Hauptsatz der Vektoranalysis (Abschnitt 7.1.2 und Anhang A.4.7). Das schien notwendig, da der Gültigkeitsbereich des Satzes größer ist als in den anderen Lehrbüchern der Elektrodynamik dargestellt und wir uns in der 1. Auflage mit einem Hinweis auf eine weitreichendere Gültigkeit begnügt haben, den Beweis aber schuldig geblieben sind. Zugleich haben wir jetzt den gebräuchlicheren Namen (Helmholtz'scher) Zerlegungssatz verwendet.

Den Lösungen der Übungsaufgaben (<http://www.springer.com/978-3-662-48179-0>) vorangestellt haben wir eine kleine Formelsammlung, die man zum Buch legen kann, um einige der in Beweisen, Rechnungen etc. häufig verwendeten Formeln präsent zu haben.

Linz, im Juni 2015

Dietmar Petrascheck

Vorwort zur 1. Auflage

Mit dem hier vorliegenden Buch *Elektrodynamik* soll die bisherige Reihe von Lehrbüchern von Prof. Schwabl (*Quantenmechanik*, *Quantenmechanik für Fortgeschrittene* und *Statistische Mechanik*) durch einen Band über Elektrodynamik ergänzt werden.

Das Buch richtet sich an Studierende der Physik, die in einem Zyklus über Theoretische Physik eine Vorlesung über *Elektrodynamik* besuchen. Erwartet werden dabei Kenntnisse in Mathematik in einem Umfang, wie er in Vorlesungen über mathematische Methoden in der Physik, die es an fast allen Universitäten gibt, gelehrt wird. Sind diese Kenntnisse nicht oder nur teilweise vorhanden, so kann der Leser/die Leserin den ausführlich gehaltenen mathematischen Anhang zu Hilfe nehmen. Dieser geht über den in der Elektrodynamik erforderlichen unmittelbaren Bedarf hinaus.

Es wird in dem Buch die (klassische) Elektrodynamik inklusive der speziellen Relativitätstheorie im üblichen Rahmen abgedeckt.

In der Elektrostatik werden einfache, aber charakteristische Ladungsverteilungen behandelt. Das erachten wir wegen der Linearität der Maxwell-Gleichungen als sinnvoll, da mit diesen auf einfache Weise die Potentiale komplexerer Ladungsverteilungen zusammengesetzt werden können. Recht ausführlich wird in der Elektrostatik die Potentialtheorie behandelt.

Einige Phänomene, die der Festkörperphysik zugeschrieben werden, aber direkt mit der klassischen Elektrodynamik zu tun haben, wie die Clausius-Mossotti-Formel, der Hall-Effekt etc. sind Teil des Inhalts.

Ein besonderer Fall ist die Magnetostatik; geht man ein wenig über die einfachsten Konfigurationen hinaus, so werden die nicht sonderlich komplizierten Rechnungen schnell unübersichtlich; wir haben diese trotzdem dargelegt, wenngleich sie nur für wenige Leser von Interesse sind.

Weder in Lehrbüchern der Elektrodynamik noch in solchen der Festkörperphysik wird auf die dynamische Theorie der Röntgen-Strahlung eingegangen, obwohl sie als direkte Anwendung der Maxwell-Gleichungen auf Idealkristalle beide Gebiete tangiert. Ihre Bedeutung liegt in der Optik und der Topografie mit Röntgen-(und Neutronen-)Strahlen. Die für die dynamische Theorie notwendige Kenntnis der kinematischen Streuung wurde auf ein Minimum beschränkt.

Knapp gehalten sind die (technischen) Anwendungen in Netzwerken mithilfe der stationären Näherung, aber auch die (geometrische) Optik, wogegen der speziellen Relativitätstheorie (SRT) und hier insbesondere der Lorentz-Transformation (LT) viel Platz eingeräumt wird.

Am Ende jedes Kapitels sind einige Übungsbeispiele. Musterlösungen können auf der Produktseite des Buches <http://www.springer.com/978-3-662-43456-7> heruntergeladen werden.

In den Büchern *Statistische Mechanik*, *Quantenmechanik* oder *Höhere Quantenmechanik* von F. Schwabl wird für Größen aus der Elektrodynamik das Gauß-System verwendet. Ausgenommen ist die Quantisierung des Strahlungsfeldes, da in der Quantenelektrodynamik das rationale Heaviside-Lorentz-System verbreitet ist. So war es naheliegend auch für dieses Buch das Gauß-System zu nehmen; damit der Zugriff auf alle Formeln auch im SI-System gegeben ist, ist im Anhang eine Übersetzungstabelle Gauß \rightarrow SI.

Professor Dr. Franz Schwabl hat mir, seinem ehemaligen Assistenten, angeboten bei der Elektrodynamik mitzuarbeiten. Leider konnten wir das Buch nicht zusammen vollenden, da er während der Arbeit völlig unerwartet gestorben ist. Es hat dann meinerseits einer Phase des Überdenkens bedurft, bis ich die Arbeit abschließen konnte. Das wäre ohne die Unterstützung von Professor Dr. Dr. h.c. Reinhard Folk, der mir mit einem sehr hohen Zeitaufwand in allen Belangen geholfen hat, nicht möglich gewesen. Abschließend möchte ich noch Herrn DI Jakob Egger für die Anfertigung von Abbildungen danken.

Linz, im Juni 2014

Dietmar Petrascheck

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	XVII
1 Die Maxwell'schen Feldgleichungen	1
1.1 Ladungen, Ströme und Ladungserhaltung	1
1.2 Lorentz-Kraft	9
1.2.1 Kraft auf eine ruhende Ladung	9
1.2.2 Kraft auf eine bewegte Ladung	11
1.3 Maxwell-Gleichungen	12
1.3.1 Gauß'sches Gesetz	13
1.3.2 Faraday'sches Induktionsgesetz	14
1.3.3 Ampère-Maxwell-Gesetz	16
1.3.4 Divergenzfreiheit der magnetischen Flussdichte	19
1.3.5 Maxwell-Gleichungen in integraler Form	19
1.3.6 Die Maxwell-Gleichungen in differentieller Form	20
1.3.7 Superpositionsprinzip	21
1.4 Anmerkungen zu den Einheiten	22
1.4.1 Maßsysteme	22
1.4.2 Die Elektrodynamik und ihr Umfeld	25
Aufgaben zu Kapitel 1	27
2 Ruhende elektrische Ladungen und die Verteilung der Elektrizität auf Leitern	29
2.1 Elektrostatistisches Potential und Poisson-Gleichung	29
2.2 Potential und Feld für vorgegebene Ladungsverteilungen	31
2.2.1 Einfache Anordnungen von Ladungen	31
2.2.2 Feldlinien	39
2.2.3 Randbedingung des elektrischen Feldes an einer Oberfläche	41
2.2.4 Dipolschicht und Kondensator	43
2.3 Felder von ruhenden Ladungen in Gegenwart von Leitern	47
2.3.1 Methode der Bildladungen	50

2.3.2	Maxwell'scher Spannungstensor	53
2.3.3	Felder in der Nähe von Spitzen	56
2.4	Energie des elektrischen Feldes	58
2.4.1	Die Wechselwirkungsenergie zweier Ladungsverteilungen	60
2.4.2	Die Selbstenergie einer homogen geladenen Kugel	62
2.4.3	Theorem von Thomson	64
2.5	Multipolentwicklung	66
2.5.1	Entwicklung nach Momenten der Ladungsverteilung	67
2.5.2	Energie einer Ladungsverteilung im äußeren Feld	71
	Aufgaben zu Kapitel 2	75
3	Randwertprobleme in der Elektrostatik	81
3.1	Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingung	81
3.1.1	Eindeutigkeit der Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingung	81
3.1.2	Lösung des Randwertproblems durch Green'sche Funktionen	83
3.2	Laplace-Gleichung in Kugelkoordinaten	91
3.2.1	Polarkoordinaten und Separationsansatz	91
3.2.2	Radialteil	92
3.2.3	Azimutaler Teil	93
3.2.4	Polarer Teil	94
3.2.5	Lösungsfunktion der Laplace-Gleichung	100
3.3	Kugelsymmetrische Probleme	101
3.3.1	Eigenschaften der Kugelflächenfunktionen	101
3.3.2	Entwicklung von $ \mathbf{x} - \mathbf{x}' ^{-1}$ nach Kugelflächenfunktionen	103
3.3.3	Multipolentwicklung nach Kugelflächenfunktionen	104
3.3.4	Leitende Kugel im homogenen Feld	106
3.4	Zylindersymmetrische Probleme	108
3.4.1	Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten	108
3.4.2	Fourier-Bessel-Entwicklung	110
3.4.3	Entwicklung der Green'schen Funktion nach Zylinderfunktionen	113
3.5	Probleme in zwei Dimensionen	116
3.5.1	Potentialtheorie	116
3.5.2	Funktionentheoretische Methoden	119
	Aufgaben zu Kapitel 3	124
4	Magnetostatik im Vakuum	127
4.1	Grundgleichungen der Magnetostatik	127
4.1.1	Maxwell-Gleichungen	127
4.1.2	Ampère'sches Gesetz	128
4.1.3	Biot-Savart-Gesetz	129
4.1.4	Magnetfeld eines unendlich langen Drahtes	130
4.2	Magnetischer Dipol	132

4.2.1	Berechnung von Momenten einer Stromverteilung	133
4.2.2	Magnetisches Dipolfeld	134
4.2.3	Dipolmoment einer Stromschleife	136
4.2.4	Potential und Feld einer kreisförmigen Schleife	137
4.2.5	Potentiale und Felder von Spulen	143
4.3	Drehimpuls, Kraft und Drehmoment	148
4.3.1	Drehimpuls und magnetisches Moment	148
4.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine Stromschleife	149
4.3.3	Ampère'sches Kraftgesetz	152
4.4	Magnetische Multipolentwicklung	154
4.4.1	Momente des skalaren Potentials	154
4.4.2	Vektorielle Kugelflächenfunktionen	155
	Aufgaben zu Kapitel 4	158
5	Elektromagnetische Vorgänge in Materie	163
5.1	Die mikroskopischen Gleichungen	164
5.2	Die Mittelung der mikroskopischen Größen	167
5.2.1	Die mittlere Ladungsverteilung	167
5.2.2	Die mittlere Stromdichte	168
5.2.3	Mittelung der Felder	169
5.2.4	Die makroskopischen Maxwell-Gleichungen	169
5.2.5	Randbedingungen an den Grenzflächen zweier Medien	173
5.3	Ohm'sches Gesetz	177
5.3.1	Drude-Modell der elektrischen Leitung	177
5.3.2	Joule'sche Wärme	178
5.3.3	Hall-Effekt	181
5.4	Das Elektron im elektromagnetischen Feld	183
5.4.1	Lagrange- und Hamilton-Funktion des Elektrons	183
5.4.2	Bewegung eines Teilchens im äußeren Feld	186
5.4.3	London-Gleichungen	190
5.5	Dielektrische Eigenschaften	192
5.5.1	Atomare Polarisierbarkeit	192
5.5.2	Dielektrische Funktion	195
5.6	Energie- und Impuls-Bilanz	199
5.6.1	Energiebilanz	199
5.6.2	Impulsbilanz und Spannungstensor	201
	Aufgaben zu Kapitel 5	203
6	Elektrostatik in Materie	205
6.1	Grundgleichungen und Stetigkeitsbedingungen	205
6.2	Anwendung der Stetigkeitsbedingungen	207
6.2.1	Konfigurationen mit Dielektrika, Leitern und Ladungen	207
6.2.2	Dielektrikum im Plattenkondensator	210
6.2.3	Bildladungen in Dielektrika	211
6.2.4	Dielektrische Kugel in einem äußeren Feld \mathbf{E}_0	212

6.2.5	Die Clausius-Mossotti-Formel	216
6.3	Energie im Dielektrikum	218
6.3.1	Herleitung der Feldenergie im Dielektrikum	218
6.3.2	Energie und Kraft bei Änderung der Dielektrizitätskonstante	221
	Aufgaben zu Kapitel 6	223
7	Magnetostatik in Materie	227
7.1	Grundgleichungen der Magnetostatik	227
7.1.1	Übergangsbedingungen an Materialoberflächen	228
7.1.2	Helmholtz'scher Zerlegungssatz	229
7.1.3	Potentiale und Felder in Ferromagneten	233
7.1.4	Anwendungen	234
7.1.5	Magnetostatisches Kraftgesetz	242
7.2	Induktion	243
7.2.1	Energie des Magnetfeldes	243
7.2.2	Induktionskoeffizienten	250
7.2.3	Magnetischer Fluss und Induktivität	251
7.2.4	Die Selbstinduktivitäten ausgewählter Konfigurationen	253
7.3	Formen des Magnetismus	259
7.3.1	Diamagnetismus	262
7.3.2	Paramagnetismus	266
7.3.3	Ferromagnetismus	268
	Aufgaben zu Kapitel 7	275
8	Felder von bewegten Ladungen	277
8.1	Vektor- und skalares Potential in Lorenz-Eichung	277
8.2	Retardierte Potentiale	280
8.2.1	Die inhomogene Wellengleichung	280
8.2.2	Retardierte Potentiale und Felder einer Punktladung	285
8.2.3	Coulomb-Eichung	294
8.3	Strahlung einer bewegten Ladungsverteilung	298
8.3.1	Maxwell-Gleichungen für die Fourier-Komponenten	298
8.3.2	Helmholtz-Potentiale für Quellen- und Wirbelfelder	299
8.3.3	Periodische Bewegung	301
8.3.4	Entwicklung nach Multipolen und Zonen	302
8.3.5	Nahzone	304
8.3.6	Fernzone	304
8.4	Die Strahlungsanteile der Multipole	306
8.4.1	Elektrische Dipolstrahlung	306
8.4.2	Dipolstrahlung einer Antenne	313
8.4.3	Magnetische Dipol- und elektrische Quadrupol-Strahlung	317
8.4.4	Polarisationspotentiale	322
8.5	Strahlungsrückwirkung	325

8.5.1	Allgemeinerer Zugang zur Strahlungsrückwirkung im nicht relativistischen Fall	327
8.5.2	Endliche Ladungsverteilung	328
	Aufgaben zu Kapitel 8	329
9	Quasistationäre Ströme	335
9.1	Die quasistationäre Näherung	335
9.1.1	Die Näherung für den induktiven Teil eines Netzwerkes	336
9.1.2	Die Näherung für den kapazitiven Teil des Netzwerkes	337
9.1.3	Kirchoff'sche Regeln	338
9.2	Schwingungsgleichung	341
9.2.1	Freie Schwingungen	343
9.2.2	Erzwungene Schwingungen	343
9.2.3	Energetische Verhältnisse	346
9.2.4	Gekoppelte Stromkreise	348
9.2.5	Telegrafengleichung	350
9.3	Magnetohydrodynamik	353
9.3.1	Die Grundgleichungen	353
9.3.2	Magnetische Diffusion	355
9.3.3	Magnetohydrodynamische Wellen	355
	Aufgaben zu Kapitel 9	356
10	Elektromagnetische Wellen	359
10.1	Ebene Wellen in einem homogenen Medium	359
10.2	Polarisation elektromagnetischer Wellen	360
10.2.1	Lineare und zirkulare Polarisation	360
10.2.2	Stokes'sche Parameter	362
10.3	Reflexions- und Brechungsgesetz für Isolatoren	365
10.3.1	Brechungsgesetz von Snellius	365
10.3.2	Übergangsbedingungen für elektromagnetische Wellen	366
10.3.3	Fresnel'sche Formeln	367
10.3.4	Brewster-Winkel	372
10.3.5	Totalreflexion	372
10.3.6	Geometrische Optik	373
10.4	Wellen in Leitern	376
10.4.1	Die Gleichungen für die Wellenausbreitung in Metallen	376
10.4.2	Zylinderförmiger Draht (Skinneffekt)	379
10.5	Wellen in Hohlraumresonatoren und Hohlleitern	381
10.5.1	Stehende Wellen in einem Hohlraumresonator	381
10.5.2	Elektromagnetische Wellen in Hohlleitern	384
	Aufgaben zu Kapitel 10	392

11 Röntgen-Streuung	393
11.1 Streuung von Licht an Elektronen	395
11.1.1 Streuung an freien Elektronen	395
11.1.2 Streuung an schwach gebundenen Elektronen	398
11.1.3 Streuung an einer Ladungsverteilung	401
11.1.4 Streuung am Gitter	405
11.2 Dynamische Theorie der Röntgen-Beugung	409
11.2.1 Elektromagnetische Wellen im Kristall	409
11.2.2 Verfahren zur Lösung der fundamentalen Gleichungen ..	413
11.2.3 Brechung im Einstrahl-Fall	415
11.2.4 Der Zweistrahlfall	416
11.3 Laue- und Bragg-Fall	421
11.3.1 Beugung in einer Dimension	422
11.3.2 Laue-Geometrie	425
11.3.3 Die Bragg-Geometrie	429
11.4 Dynamische Beugung sphärischer Wellen	431
11.4.1 Laue-Fall	433
11.4.2 Die Intensitätsprofile im Bragg-Fall	437
11.4.3 Auswertung des Integrals R_m	439
11.4.4 Die gesamte Wellenfunktion	440
11.5 Takagi-Taupin-Gleichungen	444
11.5.1 Idealkristalle	444
11.5.2 Leicht verzerrtes Kristallgitter	447
Aufgaben zu Kapitel 11	448
12 Spezielle Relativitätstheorie	451
12.1 Invarianzeigenschaften und das Relativitätsprinzip	452
12.1.1 Konstruktion der Lorentz-Transformation	453
12.1.2 Zur Äthertheorie	458
12.1.3 Michelson-Morley-Experiment	460
12.1.4 Versuch von Fizeau	464
12.2 Die Lorentz-Transformation	464
12.2.1 Klassifikation der Lorentz-Gruppe	469
12.2.2 Die eigentliche orthochrone Lorentz-Gruppe	470
12.3 Raum-Zeit-Begriff	472
12.3.1 Synchronisation von Uhren	472
12.3.2 Raum-Zeit-Diagramm	473
12.3.3 Beobachtung schnell bewegter Körper	481
12.4 Zusammensetzung von Lorentz-Transformationen	484
12.4.1 Lorentz-Transformation für beliebige Orientierung der Relativgeschwindigkeit	484
12.4.2 Addition von Geschwindigkeiten	486
12.4.3 Multiplikation zweier Boosts	490
12.4.4 Doppler-Effekt	492
Aufgaben zu Kapitel 12	495

13 Kovariante Elektrodynamik	499
13.1 Maxwell-Gleichungen in kovarianter Form	499
13.1.1 Tensoreigenschaften	499
13.1.2 Kovariante Tensoren der Elektrodynamik	502
13.1.3 Feldstärketensor	504
13.1.4 Maxwell-Gleichungen	506
13.1.5 Transformation des elektromagnetischen Feldes	507
13.2 Kovariante Elektrodynamik in Medien	509
13.2.1 Maxwell-Gleichungen in Materie	509
13.2.2 Materialgleichungen	510
13.2.3 Ladungstransport in bewegten Leitern	511
13.2.4 Maxwell-Gleichungen für nicht magnetische Materie ..	515
13.3 Unipolarinduktion	516
13.3.1 Induktion und EMK	516
13.3.2 Der Unipolargenerator	517
13.3.3 Bewegung eines unendlich langen Quaders	519
Aufgaben zu Kapitel 13	521
14 Relativistische Mechanik	523
14.1 Newtons Lex Secunda	523
14.1.1 Geschwindigkeit, Impuls und Beschleunigung	523
14.1.2 Strahlungsleistung und Strahlungsrückwirkung	527
14.1.3 Lorentz-Kraft	530
14.1.4 Energie-Impulstensor	532
14.2 Lagrange-Formalismus	534
14.2.1 Relativistische Lagrange-Funktion	534
14.2.2 Kovariante Formulierung des Hamilton-Prinzips	536
14.2.3 Elektromagnetische Feldgleichungen	539
14.3 Kinematische Effekte	540
14.3.1 Energie-Impuls-Erhaltungssatz	540
14.3.2 Compton-Streuung	541
14.3.3 Die Bewegung des Elektrons um den Kern	543
Aufgaben zu Kapitel 13	546
A Vektoren, Vektoranalysis und Integralsätze	549
A.1 Vektorrechnung im euklidischen Raum	549
A.1.1 Vektoren	549
A.1.2 n-dimensionale Vektoren	552
A.1.3 Levi-Civita-Symbol	559
A.1.4 Determinanten	561
A.1.5 Dreidimensionale Vektoren	563
A.2 Vektoranalysis und lokale Koordinaten	566
A.2.1 Krummlinige Koordinaten	566
A.2.2 Differentialoperationen	568
A.3 Orthogonale krummlinige Koordinatensysteme	573

A.3.1	Zylinderkoordinaten	574
A.3.2	Kugelkoordinaten	577
A.3.3	Elliptische Koordinaten	580
A.4	Vektorfelder und Integralsätze	582
A.4.1	Gauß'scher Satz und Divergenz	583
A.4.2	Rotation und Stokes'scher Satz	587
A.4.3	Die Green'schen Sätze	591
A.4.4	Green-Funktion des Laplace-Operators	591
A.4.5	Mittelwertsatz	592
A.4.6	Lösung der Poisson-Gleichung mit Green-Funktionen	593
A.4.7	Ergänzungen zum Helmholtz'schen Zerlegungssatz	594
	Aufgaben zum Anhang A	598
B	Mathematische Hilfsmittel	601
B.1	Elemente der Funktionentheorie	601
B.1.1	Analytische Funktionen	601
B.1.2	Eigenschaften analytischer Funktionen	602
B.1.3	Die konforme Abbildung	605
B.2	Legendre-Polynome	607
B.2.1	Rodrigues-Formel	607
B.2.2	Die erzeugende Funktion der Legendre-Polynome	608
B.2.3	Eigenschaften der Legendre-Polynome	610
B.2.4	Zugeordnete Legendre-Polynome	612
B.3	Kugelflächenfunktionen	613
B.4	Bessel-Funktionen	616
B.4.1	Bessel'sche Differentialgleichung	616
B.4.2	Eigenschaften der Bessel-Funktionen	618
B.5	Integrale	621
B.5.1	Elliptische Integrale	621
B.5.2	Integrale zur Potentialtheorie	622
B.5.3	Faltung	623
B.6	Distributionen	624
B.6.1	Die Dirac'sche Delta-Funktion	624
B.6.2	Stufenfunktion	629
	Aufgaben zum Anhang B	630
C	Maßeinheiten in der Elektrodynamik	631
C.1	Mechanische Einheiten	631
C.2	Systeme der Elektrodynamik	632
C.2.1	Systeme der Elektrodynamik mit 3 Basiseinheiten	633
C.2.2	Systeme in der Elektrodynamik mit 4 Basiseinheiten	637
C.2.3	Zum Wechsel zwischen Systemen und Einheiten	640
	Sachverzeichnis	645

Einleitung

In der Elektrodynamik werden die durch ruhende und bewegte Ladungen erzeugten elektrischen und magnetischen Felder behandelt sowie die Bewegung und Wechselwirkung geladener Teilchen unter dem Einfluss elektromagnetischer Felder.

Obwohl einfache elektromagnetische Erscheinungen schon in der Antike bekannt waren, blieben Elektrostatik und Magnetostatik bis ins 19. Jahrhundert als unzusammenhängend angesehene Gebiete.

Erste Erkenntnisse zum Magnetismus, wie die Auffassung der Erde als Magnet mit Nord- und Südpol kommen 1600 von *W. Gilbert* (1544–1603). *C. Dufay* (1698–1739) fand 1733 positive (*Glaselektrizität*) und negative (*Harzelektrizität*) Ladungen.

Die systematische Erfassung elektrischer Vorgänge beginnt um 1785 mit der Beschreibung der Kraftwirkung ruhender elektrischer Ladungen aufeinander durch das nach seinem Entdecker *Charles A. de Coulomb* (1736–1806) benannte *Coulomb'sche Gesetz*.

Zur Zeit der Konstruktion der ersten Batterie von *Alessandro Volta*, der *Volta'schen Säule*, um 1800 war auch der Zusammenhang zwischen elektrischem Strom und Magnetismus unbekannt. Erst um 1820 entdeckte *H.C. Ørsted* (1777–1851), ein dänischer Physiker, dass der elektrische Strom eine Kraft auf eine Magnetnadel ausübt und dass die Kraft senkrecht zum Strom ist. Der Feldbegriff war damals noch nicht bekannt und man ist von einer instantanen Fernwirkung ausgegangen.

Bereits 1802 beobachtete *G.D. Romagnosi*, ein Jurist aus Trient, den Einfluss elektrischen Stroms auf eine Magnetnadel¹. Es geht aus der Beschreibung des Experiments nicht eindeutig hervor, ob Romagnosi die Kraftwirkung des Magnetfeldes einer Stromschleife beobachtet hat. Wir schließen uns der Meinung von *B. Dibner*²

¹ S. Stringari & R. Wilson, *Rend. Fis. Lincei* **11**, 115–136 (2000)

² B. Dibner *Oersted and the Discovery of Electromagnetism*, Blaisdell Publishing Company (1962)

an, dass Romagnosis Experiment zu früh war, um von der Wissenschaft wahrgenommen zu werden.

In den folgenden Jahren (1820–1825) ist es vor allem *André Marie Ampère*, der mit wesentlich genaueren Messungen die Grundlagen der Magnetostatik gefunden hat.

1831 entdeckte *Michael Faraday* die magnetische Induktion, die Erzeugung eines elektrischen Stroms durch Änderung des Magnetfeldes. Damit waren die experimentellen Grundlagen für die Vereinheitlichung der elektromagnetischen Vorgänge gegeben.

Basierend auf Faradays Vorstellungen eines den Raum durchdringenden Feldes stellte *James Clerk Maxwell* (1831–1879) 1861 und 1865 die nach ihm benannten Feldgleichungen des Elektromagnetismus auf³. In diese Zeit fällt auch die Einführung des elektromagnetischen Äthers⁴ in das physikalische Weltbild. Breitet sich eine Wechselwirkung mit endlicher Geschwindigkeit aus, so nahm man ein hypothetisches Medium mit gewissen (mechanischen) Eigenschaften an, das Träger der Wechselwirkung sein sollte. *Wilhelm E. Weber* (1804–1891) und *Rudolf Kohlbrausch* (1808–1858) bestimmten 1856 die Ausbreitungsgeschwindigkeit mit 311 000 km/s so nahe der von Fizeau ermittelten Lichtgeschwindigkeit von 315 000 km/s, dass Maxwell die Vermutung aussprach, dass Licht aus transversalen Schwingungen desselben Mediums besteht, das die Ursache elektrischer und magnetischer Phänomene ist.

Der Nachweis elektromagnetischer Wellen gelang 1888 *Heinrich Hertz* (1857–1894). Man wusste, dass das Bezugssystem in dem der Äther ruht, ausgezeichnet war und die Gesetze der Elektrodynamik, anders als die der Mechanik, in Systemen, die sich gegen den Äther kräftefrei bewegen, modifiziert werden müssten. Daher suchten 1881 *Albert A. Michelson* (1852–1931) und (1887) *Edward W. Morley* (1838–1923) die Bewegung der Erde gegen das Bezugssystem, in dem der Äther ruht, festzustellen. Sie wiesen die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, unabhängig von Beobachter und Quelle, nach. Demnach wäre der Äther für jeden Beobachter in Ruhe. Zur Erklärung des Experiments haben 1889 *George FitzGerald* (1851–1901) und unabhängig davon 1892 *Hendrik A. Lorentz* (1853–1928, Nobelpreis 1902) eine Kontraktion der Länge bei bewegten Körpern postuliert. Eine wirklich befriedigende Erklärung des Experiments gelang jedoch nicht. Die Transformation, unter der die Maxwell-Gleichungen ihre Form beibehielten, die Lorentz-Transformation, geht auf Arbeiten von *W. Voigt*, *J. Larmor*, *H.A. Lorentz* zurück und wurde 1905 in allgemeiner Form von *H. Poincaré* formuliert. Damit war 1905 der Weg für die spezielle Relativitätstheorie (SRT) von *Albert Einstein* (1879–1955, Nobelpreis 1922 für den lichtelektrischen Effekt) frei. Erwähnt sei noch, dass

³ J.C. Maxwell *On Physical Lines of Force*, Philosophical Magazine, 4. Ser. (March 1861); *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London **155**, 459–512 (1865).

⁴ Einen Lichtäther zur Fortpflanzung der Lichtwellen hat bereits Huygens eingeführt.

die Maxwell-Gleichungen in heute gebräuchlicher Vektorschreibweise 1892 von *Oliver Heaviside* (1850–1925) formuliert wurden.

Die Entwicklung der klassischen Elektrodynamik war damit im Wesentlichen abgeschlossen. Eine nicht restlos geklärte Frage betrifft die Existenz magnetischer Monopole, die von vereinheitlichten Feldtheorien (grand unified theory) als nicht unmöglich dargestellt wird, wobei die Monopole aber Massen von 10^{16} GeV/c² haben sollten, so dass deren Erzeugung nur kurze Zeit nach dem Urknall möglich gewesen wäre.

Die Bedeutung elektromagnetischer Kräfte beschränkt sich nicht nur auf die Materie, deren Erscheinungsformen durch diese Kräfte geprägt sind, sondern bestimmt mittels elektromagnetischer Strahlung auch Instrumente, mit denen die Materie erforscht wird. Mit der Erfindung der *Puluj*-Lampe, einer Röntgen-Röhre, 1881, und der Entdeckung der Röntgen-Strahlung 1895 durch *Wilhelm Röntgen* hat die Untersuchung von Materie mittels Röntgen-Streuung ihren Weg genommen.

Max von Laue (1879–1960, Nobelpreis 1914) beobachtete 1912 die Beugung von Röntgen-Strahlen an Kristallgittern (mit *W. Friedrich* und *P. Knipping*), was sowohl den Wellencharakter der Röntgen-Strahlung als auch die Existenz regelmäßiger Anordnungen von Atomen in Kristallen belegte. Etwa gleichzeitig entwickelte *W. Bragg* (1862–1942, Nobelpreis 1915) mit seinem Sohn die Drehkristallmethode zur Untersuchung von Kristallstrukturen. In diesen Fällen ist die Streuung im Kristall kinematisch und hat nur am Rande mit der Elektrodynamik zu tun.

Schon ein paar Jahre später, 1917, wurde von *P.P. Ewald* (1888–1985) die *dynamische Theorie der Röntgen-Strahlung* entwickelt. Mit dieser werden die Maxwell-Gleichungen für Röntgen-Strahlen in Kristallen näherungsweise gelöst; sie ist daher noch der Elektrodynamik zuzuordnen, wenngleich die Kristalloptik und die Interferometrie mit Röntgen-Strahlen selbstständige Zweige geworden sind.